

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 07.03.2024

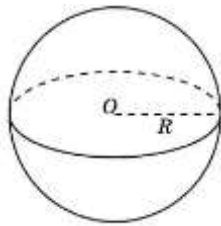
Тема: «Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере»

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

1. Сфера и шар

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра



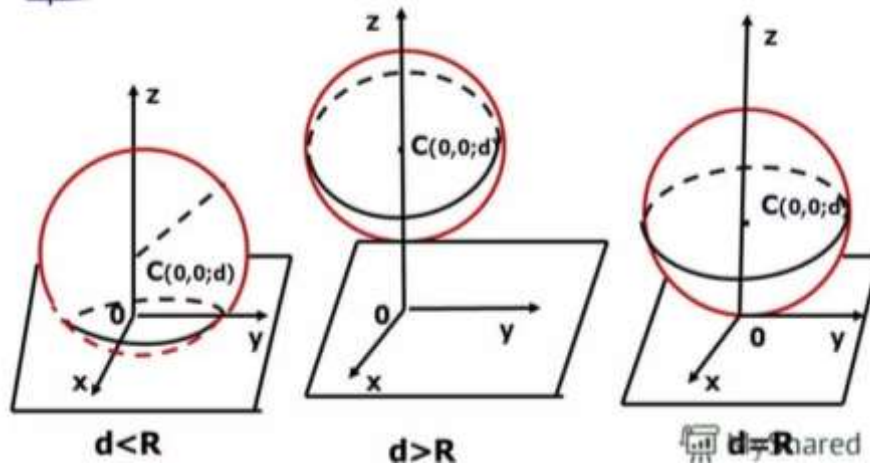
Тело, ограниченное сферой, называется **шаром**.

2. Уравнение сферы

Уравнение сферы радиуса R с центром (x_0, y_0, z_0)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

3. Взаимное расположение сферы и плоскости



Сечение сферы плоскостью – окружность, сечение шара плоскостью – круг

4. Касательная плоскость к сфере

Определение: плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью.

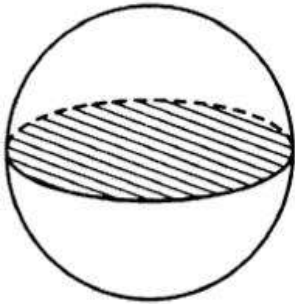
Теорема: радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

5. Площадь сферы

$$S=4\pi R^2$$

Решение задач

Задание 1. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром A , если $A(2; -4; 7)$, $R = 3$.



Дано:

$A(2; -4; 7)$

$R = 3$

Найти:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Решение:

Уравнение сферы: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

По условию $x_0 = 2; y_0 = -4; z_0 = 7; R = 3$

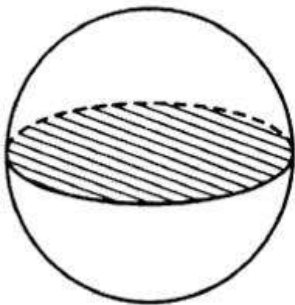
$$(x - 2)^2 + (y - (-4))^2 + (z - 7)^2 = 3^2 \Rightarrow$$

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 7)^2 = 9$$

$$\text{Ответ: } (x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 7)^2 = 9$$

Задание 2. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением:

а) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$; б) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 2$



Дано:

а) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$;

б) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 2$

Найти:

$A(x_0; y_0; z_0) - ?$

$R - ?$

Решение:

Уравнение сферы $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

а) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$

$A(0; 0; 0)$, так как координаты $(x_0; y_0; z_0)$ отсутствуют в данном выражении.

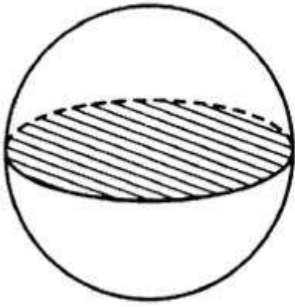
$$R = \sqrt{49} = 7$$

б) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 2 \Rightarrow A(3; -2; 0)$

$$R = \sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: а) } A(0; 0; 0), R = 7; \text{ б) } A(3; -2; 0), R = \sqrt{2}$$

Задание 3. Найдите площадь сферы, если радиус равен $R = \sqrt{2}$ м.



Дано:
сфера;
 $R = \sqrt{2}$ м.
Найти: $S_{сф}$ - ?

Решение:

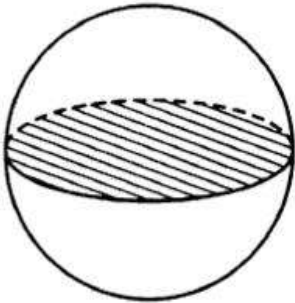
Площадь сферы вычисляется по формуле: $S_{сф} = 4\pi R^2$

Подставляя в данную формулу $R = \sqrt{2}$ м, получаем:

$$S_{сф} = 4\pi(\sqrt{2})^2 = 4\pi \cdot 2 = 8\pi(\text{м}^2)$$

Ответ: $S_{сф} = 8\pi \text{ м}^2$

Задание 4. Площадь сферы равна $324\pi \text{ см}^2$. Найдите радиус сферы R .



Дано:
сфера;
 $S_{сф} = 324\pi \text{ см}^2$
Найти: R - ?

Решение:

Площадь сферы вычисляется по формуле:

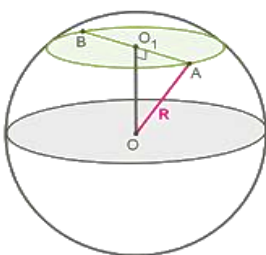
$$S_{сф} = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{S_{сф}}{4\pi} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S_{сф}}{4\pi}}$$

Подставляя в данную формулу $S_{сф} = 324\pi$, получаем:

$$R = \sqrt{\frac{S_{сф}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{324\pi}{4\pi}} = \sqrt{81} = 9 \text{ см.}$$

Ответ: $R=9 \text{ см}$

Задание 5. Расстояние от центра шара радиуса $R=12 \text{ см}$ до секущей плоскости равно 8 см . Найдите площадь сечения.



Дано:
шар
 $d = OO_1 = 8 \text{ см}$
 $R = OA = 12$
Найти: $S_{сеч}$ - ?

Решение:

1. Т.к. $R > d$, то секущая плоскость и сфера пересекаются по окружности. В сечении – круг с радиусом $r = O_1A$: $S_{сеч} = \pi r^2$ (площадь круга)

2. Рассмотрим $\triangle OO_1A$. Он прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$OA^2 = OO_1^2 + O_1A^2 \Rightarrow O_1A = \sqrt{OA^2 - OO_1^2}$$

Подставляя числовые данные, находим: $O_1A = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80}$ см.

3. Находим площадь сечения: $S_{сеч} = \pi \cdot (\sqrt{80})^2 = 80\pi$ см²

Ответ: $S_{сеч} = 80\pi$ см²

Домашнее задание

Проработать конспект по тетради

Задание отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru